



Rosa Pons i Duró¹

Professora de ciències i de matemàtiques al Centre d'Educació al Llarg de la Vida del Ministeri d'Educació i Ensenyament Superior i doctoranda



Rosa Pons i Duró

Factors de decisió didàctica en l'ensenyament de matemàtiques a la segona ensenyança d'Andorra

Il·lustració 1. Sistemes educatius públics d'Andorra

EDUCATION AU NIVEAU SECONDAIRE EN ANDORRE										
		SEE			SEF			SEA		
Niveau		Primària			6ème	Cycle 3	collège	Premiera enseñanza		
11-12 ans	6	1 ^o	Ciclo 1	ESO	5ème	Cyclé 4		1 ^{er} cours	2 ⁿ cycle	SE
12-13 ans	7		2 ^e		4ème			2 ⁿ cours		
13-14 ans	8	3 ^e	Ciclo 2	3ème	3 ^e cours	2 ⁿ cycle				
14-15 ans	9			seconde	lycée	4 ^e cours				
15-16 ans	10	4 ^e								
		173-175 jours par cours scolaire - mêmes vacances scolaires								

SEE: Système éducatif espagnol

SEF: Système éducatif français

SEA: Système éducatif andorran

ESO: Estudios de secundaria obligatorios

SE: segunda enseñanza

1- Universitat d'Andorra (UdA) - mponsd@uda.ad

La societat andorrana estableix el mateix calendari escolar per als tres sistemes educatius. L'estructura organitzativa de cada sistema educatiu s'articula segons aquest calendari i segons la institució educativa del país d'origen. En aquest context, els tres sistemes educatius permeten intercanvis d'alumnes però no de docents. De fet, cada sistema integra els seus professors en funció de la seva formació inicial. Aquesta formació inicial difereix segons el país d'origen de cada sistema educatiu. Al SEE i SEF, les institucions universitàries i administratives del país d'origen asseguren la formació inicial necessària per poder exercir com a professor de matemàtiques. Al SEA, l'Administració pública les condicions d'admissió en funció dels estudis superiors previs dels candidats. De fet, fins al curs 2021-2022 no s'ha establert a la Universitat d'Andorra (UdA) una formació inicial específica per a professors de matemàtiques de l'ensenyament secundari i post-obligatori. És interessant estudiar, en aquesta diversitat educativa d'aquest context específic d'Andorra, com un professor de matemàtiques desenvolupa les seves habilitats professionals en un sistema educatiu determinat per ensenyar matemàtiques als estudiants i entendre què aprèn un alumne en l'àmbit de les matemàtiques. En definitiva, ens interessem els factors que influeixen en les decisions didàctiques del professor de matemàtiques segons la seva formació inicial i el desenvolupament de les seves competències professionals segons el sistema educatiu al qual pertany. Centrem el nostre estudi en el factor epistèmic institucional, és a dir, en com es nodreix la relació personal del professor amb el coneixement en matemàtiques tenint en compte diferents elements relacionats amb les limitacions i condicions institucionals.

2. La problemàtica

La gran varietat d'institucions a petita escala que hi ha a Andorra constitueix un context interessant per estudiar la posició del professor en l'ensenyament de les matemàtiques. Actualment, tres centres educatius del SEA, un del SEF, cinc del SEE i, darrerament, un centre privat britànic asseguren l'educació dels alumnes de secundària a Andorra, respectant una distribució equilibrada dels alumnes en els diferents sistemes educatius. De fet, al llarg de les darreres dècades els alumnes s'han distribuït lliurement amb una proporció d'aproximadament un terç del nombre total de la població

d'entre sis i divuit anys per sistema educatiu públic. Aquesta diversitat educativa porta el professor de matemàtiques a prendre decisions sobre quins recursos ha d'utilitzar per al disseny de les seves classes i la implementació de seqüències d'activitats a l'aula. De fet, el professor disposa d'un ric espectre de diferents recursos per ensenyar matemàtiques a Andorra. No només té els programes i manuals educatius del centre on treballa, en funció del sistema al qual pertany el dit centre educatiu, sinó que, a més, està inevitablement en contacte amb el currículums i llibres de text dels altres sistemes educatius que conviuen al país, ja que les característiques d'aquest petit país afavoreixen especialment els intercanvis entre alumnes i les interaccions entre professors. Com influeixen aquestes interaccions i aquesta convivència d'institucions educatives diverses, en l'ensenyament de les matemàtiques? Com influeix la institució en les decisions didàctiques del professor durant la implementació de la classe a l'educació secundària? Es planteja la nostra primera pregunta de recerca:

P1: Quin impacte té el factor institucional en les decisions didàctiques del professor?

L'anàlisi dels diferents centres educatius segons els tres sistemes educatius als quals pertanyen ens permet afinar la pregunta. De fet, mentre que el SEF està present al país en un únic centre escolar, el SEE i el SEA se subdivideixen en diversos centres. Al SEA hi ha tres centres educatius de segona ensenyança que segueixen el programa andorrà i un únic "manual" de recursos pedagògics. En canvi, al SEE hi ha tres centres que segueixen el programa procedent de la Generalitat de Catalunya i altres dos que segueixen el programa del govern espanyol. D'altra banda, al SEE i al SEF els centres trien recursos pedagògics, com els llibres de text de matemàtiques, entre tots els publicats per diferents editorials segons els programes oficials. En aquest sentit, al centre educatiu de nivell de secundària francès només s'utilitza un mateix "manual" per cada nivell educatiu, mentre que al SEE cadascun dels cinc centres fa diferents eleccions de llibres de matemàtiques utilitzats al centre. Tres dels centres espanyols utilitzen tres llibres de text diferents que segueixen el currículum català, els altres dos centres segueixen el pla d'estudis espanyol emès pel govern espanyol amb seu a

Madrid. Pel que fa el SEA, els tres centres educatius tenen un únic "manual" de recursos pedagògics, la producció del qual és diferent de la dels recursos dels altres sistemes educatius. En aquest cas, els professors dels tres centres, escollits per l'Administració, desenvolupen el "manual" a partir de l'elecció de recursos diversos d'ensenyament i aprenentatge de les matemàtiques a secundària. Aquesta diversitat de recursos a la qual està exposat un professor de matemàtiques a Andorra depèn, doncs, de cada sistema educatiu, tenint en compte la peculiaritats del país. Així doncs, els professors del SEF pertanyen a una institució educativa amb un programa i un "manual" de recursos d'elecció del centre. En canvi, els professors del SEA pertanyen a una institució educativa amb un programa i un únic "manual" de realització específica. I, per acabar, els professors del SEE poden pertànyer a dues institucions educatives: una que segueix el currículum català, i l'altra el currículum espanyol, amb seu a Madrid, amb una selecció de diversos "manuals" de recursos per a cadascuna. La riquesa institucional d'aquest context resulta especialment favorable pel que fa a l'estudi de la qüestió de la influència de la institució en la presa de decisions del professor. Així doncs, sorgeix la pregunta de recerca següent:

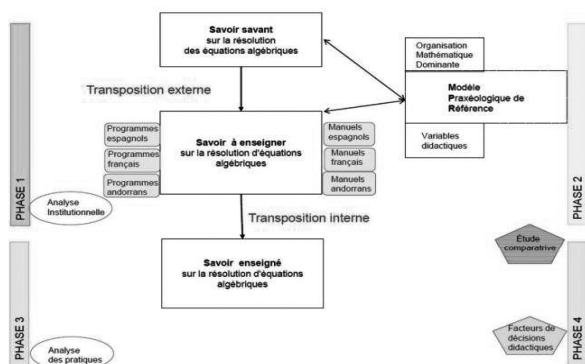
P2: Quins elements específics de les institucions incideixen en les decisions didàctiques del professor de matemàtiques?
L'objectiu de la nostra recerca és, doncs, donar algunes respostes a les preguntes P1 i P2.

II. Metodologia de Treball

1. Organització del treball

Per respondre a les dues preguntes de recerca presentades anteriorment, establim una organització de treball en diverses etapes. L'estat de l'art sobre la posició del professor en l'ensenyament de les matemàtiques ens permet, en primer lloc, situar el nostre marc teòric. El nostre objectiu és estudiar el fenomen social en educació sobre la presa de decisions didàctiques en l'ensenyament de les matemàtiques a l'educació secundària a Andorra, en un enfocament qualitatiu, sense deixar de banda elements d'anàlisi quantitativa. El marc de l'estudi es basa en la teoria antropològica de la didàctica (TAD), més precisament en el model de la transposició didàctica, en el praxeològic i en el de l'escala dels nivells de

codeterminació (Chevallard, 1991). Aquests models propis de la TAD, ens permeten implantar una metodologia coherent per recollir, analitzar i processar les dades necessàries per modelitzar com interactua el professor de secundària amb un objecte de saber per ensenyar-lo als seus alumnes. Segons el procediment de la transposició didàctica del coneixement científic al coneixement per ensenyar i després al coneixement ensenyat, construïm la nostra organització del treball (il·lustració 2).



Il·lustració 2. Organització de la recerca segons la TAD

2. Anàlisi del treball

Donar respostes a les nostres preguntes de recerca implica comprendre les eleccions que fa el professor perquè l'alumne aprengui matemàtiques en una institució determinada. Per a això, partim del treball de Pons Duró (2014) sobre les decisions didàctiques dutes a terme pels professors de secundària i postsecundària de dues disciplines (matemàtiques i ciències de la vida i de la terra) i els factors que hi poden influir. Hem definit un objecte de saber, les equacions, presents al mateix nivell educatiu de les tres institucions observades, i hem desenvolupat una anàlisi sincrònica des del punt de vista didàctic. Ens qüestionem, doncs, sobre l'ensenyament de l'àlgebra a les institucions educatives del nivell de secundària a Andorra. Com que en aquest context es permeten intercanvis d'alumnes entre les tres institucions però no l'intercanvi de professors, estudiem com un professor de matemàtiques desenvolupa les seves habilitats professionals en un sistema educatiu determinat. En

Referències

BESSOT, A., & COMITI, C. (2008). Apport des études comparatives aux recherches en didactique des mathématiques : le cas Viêt-Nam / France. Actes del seminari nacional de didàctica de les matemàtiques, p. 171-193. França: HAL Id: hal00464582. <<https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00464582>>.

BESSOT A. (2018). Les décisions didactiques de l'enseignant : un modèle pour tenter de les comprendre II LADIMA 2018. Brasil: Departamento de matemática-UNRC.

BOSCH, M., & GASCÓN, J. (2005). La praxeología local como unidad de análisis de los procesos didácticos. *Análisis del currículo actual de matemáticas y posibles alternativas*, 135-160.

BRIANT, N. (desembre del 2013). Etude didactique de la reprise de l'algèbre par l'introduction de l'algorithmique au niveau de la classe de seconde du lycée français. *Histoire et perspectives sur les mathématiques*. Tesi doctoral. Universitat de Montpellier II - Sciences et Techniques du Languedoc: HAL Id: tel-00920506. <<https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00920506>>

2- ESO: Educació Secundària Obligatòria del SEE.

3- SE: segona ensenyança del SEA.

aquest sentit, centrem el nostre estudi en com s'ensenyava la resolució d'equacions a les diferents institucions educatives públiques de l'educació secundària a Andorra. Aquest saber és present a les tres institucions, en els nivells de secundària equivalents a 7è, 8è, 9è i 10è (classes de *cinquième*, *quatrième*, *troisième* i *seconde* del SEF; classes de 1r, 2n, 3r i 4t d'ESO² del SEE, i classes de 1r i 2n cicle de SE³ del SEA). Això ens porta a pensar sobre com es pot articular un estudi didàctic comparatiu entre les tres institucions en relació amb l'ensenyament de la resolució d'equacions.

Desenvolupem, doncs, una anàlisi sincrònica institucional dels programes oficials i dels manuals de recursos de les tres institucions per constituir la nostra primera font de dades. El marc teòric de la teoria antropològica de la didàctica (TAD) ens permet construir un model praxeològic de referència (MPR) a partir de l'enriquiment de models epistemològics destacats en diferents treballs de recerca en el mateix marc teòric de la TAD. L'anàlisi de la relació institucional de l'objecte "equacions" en el tres programes ens porta a centrar-nos en el 9è nivell de secundària. L'anàlisi de llibres de matemàtiques del 9è nivell de secundària ens permet detectar els tipus de tasques sobre la resolució d'equacions presents en l'ensenyament d'aquest saber en les diferents institucions educatives d'Andorra. La relació institucional amb l'objecte "equacions" ens permet establir, per a cada institució, les organitzacions de les diferents tasques matemàtiques. Definim, així, les organitzacions matemàtiques dominants (OMD) de la institució. Iniciem la construcció del nostre MPR a partir de l'estudi comparatiu dels llibres de matemàtiques, enllaçant l'OMD de cada institució. Diverses obres –com les de Chaachoua (2010); Pilet (2013); Bosch i Gascón (2005); Ruiz, Bosch i Gascón (2010); Monzón, Gascón i Bosch (2015); Ferraton, Desmoulin i Chaachoua (2013); Matheron (1999-2000), i Espinosa (2014)– permeten enriquir el nostre MPR amb elements sobre la resolució d'equacions segons configuracions d'àlgebra, aritmètica, anàlisi i geometria. El qüestionament sobre l'articulació d'aquestes quatre àrees de les matemàtiques en la resolució d'equacions ens porta a interessar-nos per altres obres, com les d'Erdogan (2006) i García F. (2007), i reflexionar sobre nous elements per a la interpretació de les dades obtingudes en els manuals. En el marc T4TEL, més precisament en Chaachoua i Bessot (2016), i

Jolivet (2013), introduïm la noció de *variable didàctica* en la construcció del nostre MPR sobre com resoldre equacions. Al mateix temps, ens recolzem en altres treballs en el marc del TAD que se centren en la comparació de l'ensenyament de les matemàtiques entre diferents institucions, com ara l'estudi de Bessot i Comiti (2008) sobre l'ensenyament de l'àlgebra a França i el Vietnam, o el treball de Larguier (2016) sobre l'ensenyament de l'àlgebra al Quebec i França.

Quant a l'anàlisi dels factors didàctics de presa de decisions del professor, determinats treballs, com els de Briant (2013) o Ravel (2003), ens aporten informació sobre com s'articulen organitzacions didàctiques (OD) i organitzacions matemàtiques (OM).

Finalment, a partir de la nostra base de dades en format MPR, establim una graella d'anàlisi de les dades observades necessàries per identificar les decisions didàctiques preses pel professor i els factors institucionals que l'influeixen, tenint en compte les especificitats de cadascuna de les tres institucions estudiades. De fet, el nostre MPR desenvolupa el generador de tasques (GT), dit "resoldre equacions", mitjançant la combinació dels valors de les variables didàctiques establertes (taula 1). Considerem fins a 29 tipus de tasques TT generades pel GT.

CHAACHOUA, H. (octubre del 2010). La praxéologie comme modèle didactique pour la problématique EIAH. Étude de cas: la modélisation des connaissances des élèves. Note de synthèse pour une Habilitation à Diriger des Recherches. Grenoble: technology for Human Learning. Universitat de Grenoble: HAL Id: tel-00922383. <<https://tel.archivesouvertes.fr/tel-00922383>>.

CHAACHOUA, H., & BESSOT, A. (2016). Introduction de la notion de variable dans le modèle praxéologique. Citad 5. Castro_Urdiales.

Modèle Praxéologique de Référence MPR										
GÉNÉRATEUR DE TÂCHES GT: RÉSOUDRE UNE ÉQUATION										
Type_Tâches	Variables							Technique	Technologie	Théorie
	Degré	Membre_Gauche	Membre_Droite	Nombre_Solutions	Factorisation	Nature_Solutions	Nature_Coefficients			
	VD	VMG	VMD	VNS	VF	VNS	VNC	I	B	B
Résoudre une équation de degré 1 de type constante = a+b		1 constante	a+b		1			1 constante d'un degré	1 est un dérivé à 1	1 arithmétique
								1 PRODIGE Règles de degré Règles de multiplication	1 Règles de multiplication	

Taulela 1. Extracte del model praxeològic de referència (MPR) en (Pons Duró, 2017)

L'anàlisi de les nostres dades sobre programes i manuals ens permet, doncs, organitzar les dades que cal recollir als professors. De fet, és la qualitat de les dades observables vinculades a les especificitats de cada institució el que ens dona elements per decidir si l'elecció de les tasques que apareixen en els diferents sistemes educatius és o no un factor institucional. La construcció i l'establiment de graelles d'anàlisi permet, així, desenvolupar eines de recollida de dades per mesurar l'impacte del factor institucional en la presa de decisions del professorat. Definim, doncs, dos nivells d'anàlisi de dades: la institució –amb les seves especificitats (programes, manuals, etc.)– i l'equipament praxeològic del

CHEVALLARD, Y. (1991). Concepts fondamentaux de la didactique : perspectives apportées par une approche anthropologique. Dans *Recherche en didactique des mathématiques*, vol. 21/1 (p. 73-112). Grenoble: Éd. Grenoble : La pensée sauvage. Croset, M. C. (2009).

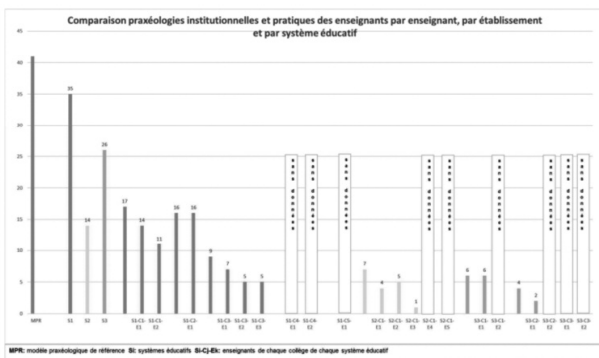
ERDOGAN, A. (novembre del 2006). Le diagnostic de l'aide à l'étude, en mathématiques: analyse didactique des difficultés relatives à l'algèbre et aux fonctions en seconde. Tesis doctoral. Université Paris-Diderot-Paris VII.

ESPINOSA, M. (2014). *La solución de la ecuación de 3r grado según Omar Alkhayyam*. Santiago de Cali.

Gràfic 1. Praxeologies institucionals i equipament praxeològic del professorat en relació amb l'MPR

professorat (quadern de l'alumne, recursos utilitzats, qüestionaris i entrevistes amb professors).

El camp d'experimentació en el context andorrà, en què hi ha una trentena de professors de matemàtiques distribuïts en els tres sistemes educatius, ens permet arribar a conclusions rellevants. De fet, l'anàlisi de les dades recollides ens permeten establir i contrastar les praxeologies institucionals amb l'equipament praxeològic del professorat en relació amb l'MPR (gràfic 1).



En Pons Duró (2017) s'estableixen els tres tipus de resultats obtinguts que ens permeten posar en evidència l'impacte del factor institucional en les decisions didàctiques del professor: cartes praxeològiques, factor institucional en la transposició externa i factor institucional en la transposició interna. A partir d'aquests resultats s'estableixen quatre efectes. Es destaquen, doncs, dos efectes: "sistema educatiu" i "establiment educatiu", que fan referència al coneixement ensenyat en el marc de la transposició externa, i dos altres efectes: "professor" i "classe", que fan referència al coneixement ensenyat en el context de la transposició interna. Aquests efectes ens porten a aclarir quin és l'impacte del factor institucional en les decisions didàctiques del professor en relació amb la pregunta P1 i identificar altres especificitats institucionals i elements de les institucions que incideixen en les decisions didàctiques del professor de matemàtiques (P2).

III. Conclusió

El nostre treball aborda la qüestió dels factors de presa de decisions del professorat tenint en compte les condicions i limitacions institucionals modelades a la teoria antropològica de la didàctica (TAD) amb els nivells de l'escala de codeterminació. Es tracta de mostrar la importància de la institució en el coneixement, que serveix de referència al professor per al seu projecte didàctic. L'objectiu general d'aquest treball és donar algunes respostes sobre com es veu influenciat el professor en la seva presa de decisions didàctiques en l'ensenyament de l'aprenentatge de les matemàtiques a secundària, en particular sobre l'ensenyament de la resolució d'equacions.

Per la seva particular diversitat educativa, el context andorrà ens permet centrar-nos en com la institució influeix en les decisions didàctiques del professor en l'ensenyament d'un objecte de coneixement en matemàtiques a secundària. Per donar resposta a les dues preguntes de recerca que apareixen sobre el problema exposat, la nostra metodologia de recerca, estructurada en preguntes d'ordre metodològic, contrasta anàlisis didàctiques i praxeològiques a partir de dos nivells de dades: les institucionals recollides dels programes, manuals i recursos pedagògics, i les de terreny a partir de les pràctiques docents.

Els resultats els obtenim en forma de mapes praxeològics i en forma de gràfics estadístics mitjançant l'establiment d'un model de referència praxeològic (MPR), alimentat per les diferents graelles d'anàlisi dels nostres dos nivells de dades recollides. Confrontant les praxeologies institucionals i l'equipament praxeològic del professor, identifiquem les accions del professor que es poden considerar com a decisions didàctiques influïdes per la institució. Això ens permet destacar quatre efectes de l'impacte institucional: els dos efectes "sistema educatiu" i "establiment educatiu", en referència al coneixement ensenyat en el marc de la transposició externa, i els dos altres efectes, "professor" i "classe", que fan referència al coneixement ensenyat en el context de la transposició interna.

Aquests diferents resultats ens donen algunes respostes a les nostres preguntes d'investigació sobre l'impacte del factor de decisió institucional del professor, segons les especificitats de cada institució. La relació entre el nombre de tècniques de les

ESPINDOLA E., & TRGALOVA J. (2017). Etude des facteurs de décisions didactiques dans l'enseignement de la trigonométrie dans une classe de lycée au Brésil. Séminaire 19e, Ecole d'Été de Didactique des Mathématiques. Paris.

FERRATON, G., DESMOULINS, C., & CHAACHOUA, H. (2013). Utilisation du modèle praxéologique de référence dans un environnement informatique d'apprentissage humain. Conf. of the Anthropological Theory of the Didactic.

GARCÍA, F. (2007). El álgebra como instrumento de modelización. Articulación del estudio en las relaciones funcionales en la educación secundaria. <<http://unes.uniaandes.edu.co/1268/>>, p. 71-92.

LARGUIER, M. (2016). Le développement de la pensée algébrique dans le curriculum officiel en France et au Québec. TAD5. Castro-Urdiales.

MATHERON, Y. (1999-2000). Analyser des praxéologies. Quelques exemples d'organisations mathématiques. *Petit x* n°54, p. 51-78.

MONZÓN, N., GASCÓN, J., & BOSCH, M. (2015). El problema didáctico del álgebra elemental: un análisis macro-ecológico desde la teoría antropológica de lo didáctico. *REDIMAT*, Vol 4(2), p. 106-131. doi: <10.17583/redimat.2015.1386>.

PILET, J. (febrer del 2013). Parcours d'enseignement différentiel appuyés sur un diagnostic en algèbre élémentaire à la fin de la scolarité obligatoire modélisation, implémentation dans une plateforme en ligne et évaluation. Tesi doctoral. Université Paris-Diderot-Paris VII: HAL Id: Tel-0078. <<https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00784039>>.

PONS DURÓ, R. (2014). Étude des facteurs de décisions didactiques dans l'enseignement: Etude didactique dans le cas de l'enseignement des équations et équations produit du premier degré avec une inconnue dans une classe de 3ème au collège. Grenoble : UJF.

PONS DURÓ, R. (2017). Facteurs de décisions didactiques dans l'enseignement des mathématiques au secondaire en Andorre. Projecte de recerca UdA. <www.uda.ad>.

RAVEL, L. (2003). *Des programmes à la classe : Étude de la transposition didactique interne*. Grenoble : Université Joseph Fourier.

praxeologies institucionals i la de les praxeologies ensenyades ens porta a qüestionar-nos els tipus de recursos als quals es refereixen els professors per preparar les seves classes, sobre què fa el professor si l'alumne utilitza tècniques no previstes per la institució, etc. No obstant, el nombre reduït de professors de matemàtiques a Andorra constitueix un risc per al nostre estudi. De fet, segons el principi d'autonomia de les institucions en el marc de l'ètica de la recerca, cal informar amb transparència i claredat la finalitat de la recerca, així com l'ús de les dades recollides, tenint en compte els riscos i els avantatges del nostre estudi, no es tracta de posar en competició i desestabilitzar l'equilibri establert entre els tres sistemes educatius que conviuen al país. Per altra banda, l'avenç de més resultats sobre el factor de decisió en l'ensenyament de les equacions algebraïques hauria de permetre treure conclusions sobre l'ensenyament de les matemàtiques a secundària.

En definitiva, tot i les limitacions degudes principalment a les característiques d'Andorra, com a país petit, el nostre treball contribueix a l'estudi del fenomen de les decisions didàctiques, centrant-nos en l'estudi del factor de decisió didàctica institucional en l'ensenyament. En aquest sentit, obre perspectives en el context dels entorns informàtics per a l'aprenentatge humà (EIAH), que estudien el fenomen de les decisions didàctiques mitjançant el desenvolupament de models teòrics, tal com especifica Bessot (2018), o Espindola i Trgalova (2017).